MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

1. Números e Álxebra

Despexe X da ecuación matricial $AB(X-I)=C$, onde I é a matriz identidade (asuma que o produto AB ten inversa). Logo, calcule X se

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&0\\1&0&2\end{pmatrix}\qquad \text{e} \qquad C=\begin{pmatrix}2&2&4\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

2. Números e Álxebra

Discuta, segundo os valores do parámetro m, o sistema $\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1, \\ (m-3)y + (m^2-m)z = 1, \\ x + m^2 z = 0. \end{cases}$

3. Análise

a) Calcule os límites $\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{\sin x}$ e $\lim_{x\to 0^+} x\ln x$, onde $\ln x$ é o logaritmo neperiano de x.

b) Debuxe a gráfica dunha función f continua e non negativa no intervalo $[0,3]$ tal que: $f(0)=0$, $f(3)=0$, $f''>0$ no intervalo $(0,1)$, $f''<0$ no intervalo $(2,3)$ e f é constante no intervalo $(1,2)$.

4. Análise

Obteña a función f, sabendo que $f''(x)=2x-\mathrm{e}^{-x}$ e que a ecuación da recta tanxente á gráfica de f no punto de abscisa $x=0$ é $y=3x-1$.

5. Xeometría

a) Obteña a ecuación implícita ou xeral do plano π que pasa polo punto $P(1,-1,0)$ e é perpendicular á recta $r:\begin{cases} x=1+\lambda, \\ y=-1, \\ z=0, \end{cases} \quad \lambda\in\mathbb{R}.$

b) Calcule os dous puntos da recta $r:\begin{cases} x=\lambda, \\ y=\lambda, \\ z=\lambda, \end{cases}$ $\lambda\in\mathbb{R}$, cuxa distancia ao plano $\pi: x-1=0$ é igual a 2.

6. Xeometría

a) Ache os valores de k e de m que fan que os puntos $A(k,3,m)$, $B(2,0,2)$ e $C(k,2,0)$ estean aliñados.

b) Estude a posición relativa das rectas $r:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$ e $s:\frac{x+2}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{3}$. Se se cortan, calcule o punto de corte.

7. Estatística e Probabilidade

a) Se $P(A\cup B)=\frac{1}{3}$ e $P(B)=\frac{1}{4}$, calcule $P(A)$ sabendo que A e B son sucesos incompatibles. Canto valería $P(A)$ se supuxésemos que A e B son, en lugar de incompatibles, independentes?

b) Nunha certa cidade, o 21% das persoas len ciencia ficción, o 63% len novela negra, e o 17% len tanto ciencia ficción como novela negra. Se se elixe ao azar unha persoa desa cidade, calcule:

- A probabilidade de que lea novela negra sabendo que le ciencia ficción.
- A probabilidade de que non lea nin ciencia ficción nin novela negra.

8. Estatística e Probabilidade

a) Calcule o valor de $P(-2\le X\le 7)$ se X segue unha distribución normal de media 1 e desviación típica 3.

b) Calcule o valor de α que fai que $P(\mu-\alpha\le X\le \mu+\alpha)=0.8064$ se X segue unha distribución normal de media μ e desviación típica 4.

MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

1. Números y Álgebra

Despeje X de la ecuación matricial $AB(X-I)=C$, donde I es la matriz identidad (asuma que el producto AB tiene inversa). Luego, calcule X si

$$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1&2&0\\0&1&0\\1&0&2\end{pmatrix}\qquad \text{y} \qquad C=\begin{pmatrix}2&2&4\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}.$$

2. Números y Álgebra

Discuta, según los valores del parámetro m, el sistema $\begin{cases} x + (m-3)y + mz = 1,\\ (m-3)y + (m^2-m)z = 1,\\ x + m^2 z = 0.\end{cases}$

3. Análisis

a) Calcule los límites $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x\cos x}{\sin x}$ y $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x$, donde $\ln x$ es el logaritmo neperiano de x.

b) Dibuje la gráfica de una función f continua y no negativa en el intervalo $[0,3]$ tal que: $f(0)=0$, $f(3)=0$, $f''>0$ en el intervalo $(0,1)$, $f''<0$ en el intervalo $(2,3)$ y f es constante en el intervalo $(1,2)$.

4. Análisis

Obtenga la función f, sabiendo que $f''(x)=2x-\mathrm{e}^{-x}$ y que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x=0$ es $y=3x-1$.

5. Geometría

a) Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que pasa por el punto $P(1,-1,0)$ y es perpendicular a la recta $r\colon\begin{cases}x=1+\lambda,\\ y=-1, \quad \lambda\in\mathbb{R}.\\ z=0,\end{cases}$

b) Calcule los dos puntos de la recta $r\colon\begin{cases}x=\lambda,\\ y=\lambda, \\ z=\lambda,\end{cases}$ $\lambda\in\mathbb{R}$, cuya distancia al plano $\pi\colon x-1=0$ es igual a 2.

6. Geometría

a) Halle los valores de k y de m que hacen que los puntos $A(k,3,m)$, $B(2,0,2)$ y $C(k,2,0)$ estén alineados.

b) Estudie la posición relativa de las rectas $r\colon\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$ y $s\colon\frac{x+2}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+1}{3}$. Si se cortan, calcule el punto de corte.

7. Estadística y Probabilidad

a) Si $P(A\cup B)=\frac{1}{3}$ y $P(B)=\frac{1}{4}$, calcule $P(A)$ sabiendo que A y B son sucesos incompatibles. ¿Cuánto valdría $P(A)$ si supusiéramos que A y B son, en lugar de incompatibles, independientes?

b) En una cierta ciudad, el 21% de las personas leen ciencia ficción, el 63% leen novela negra, y el 17% leen tanto ciencia ficción como novela negra. Si se elige al azar una persona de esa ciudad, calcule:

- La probabilidad de que lea novela negra sabiendo que lee ciencia ficción.
- La probabilidad de que no lea ni ciencia ficción ni novela negra.

8. Estadística y Probabilidad

a) Calcule el valor de $P(-2\le X\le 7)$ si X sigue una distribución normal de media 1 y desviación típica 3.

b) Calcule el valor de α que hace que $P(\mu-\alpha\le X\le\mu+\alpha)=0.8064$ si X sigue una distribución normal de media μ y desviación típica 4.